Tipps zur Serie 12:

Aufgabe 12.1:

Direkte Berechnung: Benutzt Ellipsoidkoordinaten (sehr ähnlich zu Kugelkoordinaten) um die Fläche zu parametrisieren:

$$r(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} a \sin\theta \cos\varphi \\ b \sin\theta \sin\varphi \\ c \cos\theta \end{bmatrix}$$

achtet auf den Parameterbereich von θ & φ!
Geht gleich vor wie in den Tipps zur Serie 11 erklärt.

Mit Gauss:

Schliesst die Fläche möglichst einfach, z.B. mit den Flächen $x=0$, $y=0$ & $z=0$, wo wir sehr einfache Normalvektoren haben. Lohnt sich hier besonders, weil $\operatorname{div}(K)$ sehr einfach ist.
Stellt den Satz von Gauss auf und formt ihn nach dem gefragten Flussintegral um.

Aufgabe 12.2:

Achtung: Übersieht nicht, dass G von M abhängig ist!

b)

Mehrere Parametrisierungsmöglichkeiten, z.B. Zylinder-

koordinaten, oder einfach $x_1 = u$, $x_2 = v$, $x_3 = u^2 + v^2$ direkt.
Orientiert die Fläche so, dass der Normalenvektor in die positive z-Achse zeigt.
Nutzt beim Integral unbedingt Symmetrien aus.

c)

Schliesst die Oberfläche am offensichtlichen Ort. Achtet auf die richtige Orientierung der Normalenvektoren für den Satz von Gauss.
Achtet auf den Zusammenhang mit eurer Wahl in b)?

d)

Interpretiert K als rot(v) und findet v durch raten -> gibt viele mögliche Lösungen, haltet es simpel.
Achtet auf die korrekte Parametrisierung des Randzyklus mit unserer Wahl der Flächenorientierung.

Aufgabe 12.3:
Wählt den Normalenvektor so, dass er aus dem Ballon heraus zeigt.

a)

Die Parametrisierung sollte offensichtlich sein, gleiches Vorgehen wie in den Tipps 11 beschrieben ist.

b)

Gleiches Vorgehen wie in 12.2.c), ihr könnt die Oberfläche aber auf mehrere Arten schliessen. Probiert ein bisschen aus und schaut, was am einfachsten wird.

c)

Achtet wiederum auf die Umlaufrichtung.

Aufgabe 12.4:

a)

Gleichung aufstellen und nach einer beliebigen Lösung suchen.

b)

Welche Integralsätze sind hier anwendbar?
Ist γ_2 für den spezifischen Integralsatz von Bedeutung?